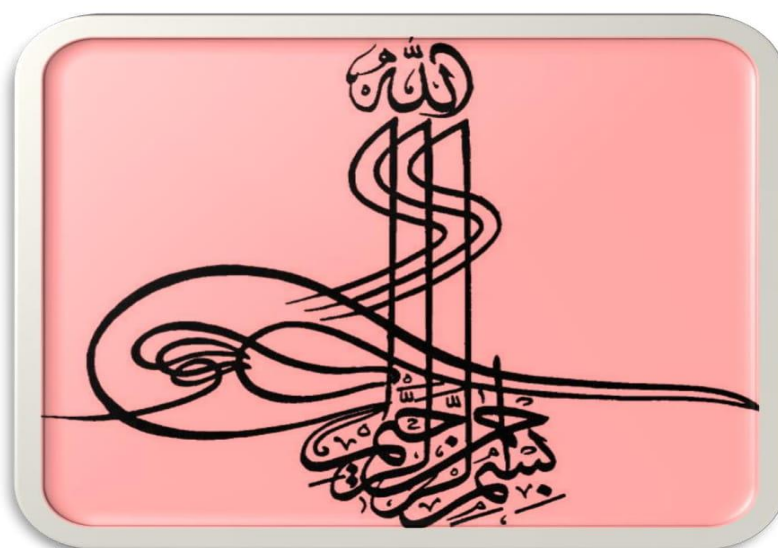


@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی



@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

فصل سوم ریاضی پایه دهم

رشته های تجربی و ریاضی و فیزیک

طبقه بندی سوالات به صورت موضوعی



پاسخ کاملا تشریحی



تمرین های برای آمادگی



مؤلف:

حبیب هاشمی

۱۳۹۶

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تألیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با هیجده سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تألیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

جهت تهیه جزوه کامل این فصل با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

تدریس خصوصی و مبحثی ریاضیات

متوسطه

و

تضمینی کنکور

تهران و کرج

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مقدمه

جزوه حاضر که براساس مطالب فصل سوم کتاب درسی ریاضی پایه دهم رشته های تجربی و ریاضی و فیزیک نگارش شده است، دارای ویژگی های زیر است:

- ۱- باز کردن مفاهیمی که در کتاب درسی به علت محدودیت حجم، به آن کمتر پرداخته شده است.
 - ۲- مطالب به صورت ساده و روان و به زبان دانش آموز ارائه شده است.
 - ۳- مطالب و نکات، به گونه ایی است که خلأ بین مطالب ارائه شده در کتب درسی و سؤالات مطرح شده در کنکورهای سراسری را پر کند.
 - ۴- در این کتاب با نگاهی عمیق تر و جامع تر از کتاب درسی، به مطالب پرداخته شده و به همین منظور از مثال ها و مسائل حل شده متنوعی بهره گرفته ایم.
 - ۵- ایجاد تعادل نسبی بین مهارت های محاسبات صوری و درک مفهومی.
 - ۶- استفاده از مسائل باز پاسخ.
 - ۷- توجه به دانش قبلی دانش آموزان.
 - ۸- ایجاد اتصال و ارتباط بین جنبه های متفاوت یک مفهوم و نیز بین یک مفهوم و دیگر مفاهیم کتاب.
- در پایان امیدواریم که مطالعه ی دقیق این کتاب و بهره گیری از رهنمودهای دبیران فرهیخته و گران قدر بتواند موفقیت تحصیلی شما خوبان را تضمین و تثبیت نماید. ارائه ی نظرات شما دانش پژوهان، دبیران فرهیخته و گران قدر، موجب سپاس و امتنان است.

حبیب هاشمی

جهت تهیه جزوه کامل این فصل با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام

@habib_hashemi پیام دهید.

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

درس ۴ بخش ۱: اتحادها

اتحاد: اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان، حاصل یکسانی داشته باشند، تساوی بین آن ها را اتحاد می نامند.

مثال : نشان دهید تساوی $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ یک اتحاد است.

حل) باید نشان دهیم به ازای هر مقدار برای a و b برای دو طرف یک عدد به دست آورد. برای مثال اگر

$a = \frac{1}{5}$ و $b = 3$ اختیار شود، داریم:

$$\left(\frac{1}{5} + 3\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{5} \times 3 + 3^2$$

$$\left(\frac{16}{5}\right)^2 = \frac{1}{25} + \frac{6}{5} + 9 \rightarrow \frac{256}{25} = \frac{256}{25}$$

تمرین: نشان دهید هر یک از تساوی های زیر یک اتحاد هستند.

$$a(a - b) = a^2 - ab \text{ (الف)}$$

$$b(b + 1) = b^2 + b \text{ (ب)}$$

$$a \times a = a^2 \text{ (ج)}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

برخی از اتحادهای جبری مهم:

$$\left. \begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 && \text{(الف) اتحاد مربع دو جمله‌ای (پر کاربرد)} \\ (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 && \text{(ب) اتحاد مکعب دو جمله‌ای} \end{aligned} \right\} \text{توان دارها}$$

$$\left. \begin{aligned} (a-b)(a+b) &= (a)^2 - (b)^2 && \text{(پ) اتحاد مزدوج (پر کاربرد)} \\ (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) &= a^3 \pm b^3 && \text{(ت) چاق و لاغر} \\ (a+x)(a+y) &= (a)^2 + (x+y)(a) + x \cdot y && \text{(ث) جمله مشترک} \end{aligned} \right\} \text{ضرب دو پرانتز}$$

کاربرد اتحادها

۱: محاسبه سریع ضرب دو پرانتز یا محاسبه سریع یک پرانتز که به توان ۲ یا ۳ رسیده باشد. (البته با داشتن شرایط

خاص)

۲: تجزیه ی چند جمله ای ها

الف : اتحاد مربع دو جمله ای: برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(اثبات)

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\left(\underbrace{\text{دومی}} + \underbrace{\text{اولی}} \right)^2 = \left(\text{اولی} \right)^2 + \text{دو برابر اولی ضربدر دومی} + \left(\text{دومی} \right)^2$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

اگر در رابطه قبل به جای $b, b -$ قرار دهیم، به دست می آوریم:

$$= a^2 - 2ab + b^2 (a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2$$

مثال: حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$۱) \left(\underbrace{x}_{\text{دومی اولی}} + \underbrace{3}_{\text{دومی اولی}} \right)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$۲) \left(\underbrace{3x}_{\text{دومی اولی}} - \underbrace{4}_{\text{دومی اولی}} \right)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(-4) + (-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$۳) \left(\underbrace{-x}_{\text{دومی اولی}} + \underbrace{4}_{\text{دومی اولی}} \right)^2 = (-x)^2 + 2(-x)(4) + (4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$۴) \left(\underbrace{-x}_{\text{دومی اولی}} - \underbrace{y}_{\text{دومی اولی}} \right)^2 = (-x)^2 + 2(-x)(-y) + (-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$۵) \left(\underbrace{a^3}_{\text{دومی اولی}} - \underbrace{2a^2}_{\text{دومی اولی}} \right)^2 = (a^3)^2 + 2(a^3)(-2a^2) + (-2a^2)^2 = a^6 - 4a^5 + 4a^4$$

$$۶) (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(-\sqrt{3}) + (-\sqrt{3})^2 = 2 - 2\sqrt{6} + 3 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$۷) (1 - \sqrt{2})^2 = 1^2 + 2(1)(-\sqrt{2}) + (-\sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$۸) (\sqrt{3} - x)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})(-x) + (-x)^2 = 3 - 2\sqrt{3}x + x^2$$

$$۹) \left(-\frac{1}{4} - \frac{2}{5}y \right)^2 = \left(\frac{1}{4} \right)^2 + 2\left(-\frac{1}{4} \right)\left(-\frac{2}{5}y \right) + \left(-\frac{2}{5}y \right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{1}{5}y + \frac{4}{25}y^2$$

$$۱۰) (3x - \sqrt{2})^2 = (3x)^2 + 2(3x)(-\sqrt{2}) + (-\sqrt{2})^2 = 9x^2 - 6\sqrt{2}x + 2$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$۱۱) (2x + y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(y) + y^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$۱۲) (a^2 - b^2)^2 = (a^2)^2 - 2a^2b^2 + (b^2)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

$$۱۳) \left(\frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{5}b^2\right)^2 = \frac{1}{9}a^4 + \frac{4}{15}a^2b^2 + \frac{4}{25}b^4$$

مثال: در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید تا تساوی برقرار باشد.

الف) $(\dots + 2x)^2 = 1 + \dots + 4x^2$

ب) $(2x - \dots)^2 = \dots - 12x + \dots$

پ) $(3a - \dots)^2 = 9a^2 - 6ab + \dots$

حل)

الف)

$$(1 + 2x)^2 = 1 + 4x + 4x^2$$

ب)

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

پ)

$$(3a - b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

ب) اتحاد مکعب دو جمله ای

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

اثبات:

$$(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b)$$

$$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$$

با جمع جملات متشابه در طرف دوم، داریم:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

می توانیم b را در سرتاسر اتحاد فوق به $-b$ تبدیل کنیم و اتحاد دیگری به دست آوریم:

$$(a + (-b))^3 = a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\left(\text{دومی} + \text{اولی} \right)^3 = \left(\text{اولی} \right)^3 + \text{سه برابر اولی ضربدر مربع دومی} + \text{سه برابر مربع اولی ضربدر دومی} + \left(\text{دومی} \right)^3$$

$$۱) \left(4x + 5 \right)^3 = (4x)^3 + 3(4x)^2(5) + 3(4x)(5)^2 + (5)^3 = 64x^3 + 48x^2 + 30x + 125$$

$$۲) \left(2x - 4 \right)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(-4) + 3(2x)(-4)^2 + (-4)^3 = 8x^3 - 48x^2 + 96x - 64$$

$$۳) \left(-3x - 2 \right)^3 = (-3x)^3 + 3(-3x)^2(-2) + 3(-3x)(-2)^2 + (-2)^3 \\ = -27x^3 - 54x^2 - 36x - 8$$

$$۴) (x + 2)^3 = x^3 + 3(x)^2(2) + 3(x)(2)^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$۵) (x - 4)^3 = x^3 + 3(x)^2(-4) + 3(x)(-4)^2 + (-4)^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$۶) (-2x - 4y)^3 = (-2x)^3 + 3(-2x)^2(-4y) + 3(-2x)(-4y)^2 + (-4y)^3$$

$$= -8x^3 - 48x^2y - 96xy^2 - 64y^3$$

$$۷) (1 - x)^3 = 1^3 + 3(1)^2(-x) + 3(1)(-x)^2 + (-x)^3 = 1 - 3x + 3x^2 - x^3$$

$$۸) (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2y})^3 = (\sqrt[3]{x})^3 - 3(\sqrt[3]{x})^2(\sqrt[3]{2y}) + 3(\sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{2y})^2 - (\sqrt[3]{2y})^3$$

$$= x - 3\sqrt[3]{2x^2y} + 3\sqrt[3]{4xy^2} - 2y$$

$$۹) (x + 5)^3 = x^3 + 3x^2(5) + 3(x)(25) + 5^3 = x^3 + 15x^2 + 75x + 125$$

$$۱۰) (2a - 1)^3 = (2a)^3 - 3(2a)^2 + 3(2a) - 1 = 8a^3 - 12a^2 + 6a - 1$$

$$۱۱) \left(\frac{1}{y} - 3x\right)^3 = \left(\frac{1}{y}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{y}\right)^2(3x) + 3\left(\frac{1}{y}\right)(3x)^2 - (3x)^3 = \frac{1}{y^3} - \frac{9}{y^2}x + \frac{27}{y}x^2 - 27x^3$$

$$۱۲) (3x^2 - 5y)^3(3x^2)^3 - 3(3x^2)^2(5y) + 3(3x^2)(5y)^2 - (5y)^3$$

$$= 27x^6 - 135x^4y + 225x^2y^2 - 125y^3$$

$$۱۳) (x^2 - 1)^3 = (x^2)^3 - 3(x^2)^2(1) + 3(1)(x^2) - (1)^3 = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1$$

$$۱۴) (2x + 1)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2 \times (1) + 3(1)^2(2x) + 1^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

$$۱۵) (x - 3y)^3 = x^3 - 3x^2(3y) + 3x(3y)^2 - (3y)^3 = x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

پ : اتحاد مزدوج : برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

اثبات:

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$$

$$۱) (x - ۵)(x + ۵) = x^2 - ۵^2 = x^2 - ۲۵$$

$$۲) (۵x - ۲)(۵x + ۲) = (۵x)^2 - (۲)^2 = ۲۵x^2 - ۴$$

$$۳) (x^2 - y^3)(x^2 + y^3) = (x^2)^2 - (y^3)^2 = x^4 - y^6$$

$$۴) \left(\frac{1}{۵}x + ۲y\right)\left(\frac{1}{۵}x - ۲y\right) = \left(\frac{1}{۵}x\right)^2 - (۲y)^2 = \frac{1}{۲۵}x^2 - ۴y^2$$

$$۵) (\sqrt{۳}x + \sqrt{۲}y)(\sqrt{۳}x - \sqrt{۲}y) = (\sqrt{۳}x)^2 - (\sqrt{۲}y)^2 = ۳x^2 - ۲y^2$$

$$۶) (\sqrt{۳} - \sqrt{۲})(\sqrt{۳} + \sqrt{۲}) = (\sqrt{۳})^2 - (\sqrt{۲})^2 = ۳ - ۲ = ۱$$

$$۷) (۵x - ۴)(۴ + ۵x) = (۵x)^2 - (۴)^2 = ۲۵x^2 - ۱۶$$

$$۸) (۲\sqrt{۳} - ۵)(۲\sqrt{۳} + ۵) = (۲\sqrt{۳})^2 - (۵)^2 = ۴(۳) - ۲۵ = ۱۲ - ۲۵ = -۱۳$$

$$۹) \left(\frac{1}{۲۵}x - ۲y^۳\right)\left(\frac{1}{۲۵}x + ۲y^۳\right) = \left(\frac{1}{۲۵}x\right)^2 - (۲y)^۳ = \frac{1}{۶۲۵}x^2 - ۸y^۳$$

$$۱۰) \left(۱ - \frac{۲}{۵}\right)\left(۱ + \frac{۲}{۵}\right) = ۱^2 - \left(\frac{۲}{۵}\right)^2 = ۱ - \frac{۴}{۲۵} = \frac{۲۱}{۲۵}$$

$$۱۱) (۴ + ۲y^۳)(۲y^۳ - ۴) = (۲y)^۳ - (۴)^2 = ۸y^۶ - ۱۶$$

دقت کنیم: جمله با علامت یکسان را اول و جمله با علامت قرینه را دوم می نویسیم

$$۱۲) (\sqrt{۵} + ۳y)(۳y - \sqrt{۵}) = (۳y)^2 - (\sqrt{۵})^2 = ۹y^2 - ۵$$

$$۱۳) (-\sqrt{۵} - ۳y)(۳y - \sqrt{۵}) = (-\sqrt{۵})^2 - (۳y)^2 = ۵ - ۹y^2$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

ت : اتحاد مجموع و تفاضل مکعب های دو جمله (اتحاد چاق و لاغر) :

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

دقت کنیم: علامت بین جملات جواب، موافق علامت بین جملات پرانتز کوچک (لاغر) است.**دقت کنیم:** علامت بین جملات پرانتز کوچک و علامت جمله دوم پرانتز بزرگ، مخالف همدیگرند.

اثبات) اتحاد مجموع مکعب های دو جمله

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3$$

با جمع جملات مشابه در طرف دوم، داریم :

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

به طور مشابه اتحاد تفاضل مکعب های دو جمله اثبات می شود.

$$۱) (x - ۲)(x^2 + ۲x + ۴) = x^3 - ۲^3 = x^3 - ۸$$

$$۲) (x + ۳)(x^2 - ۳x + ۹) = x^3 + ۳^3 = x^3 + ۲۷$$

$$۳) (x - ۱)(x^2 + x + ۱) = x^3 - ۱^3 = x^3 - ۱$$

$$۴) (x^2 - ۳)(x^2 + ۳x^2 + ۹) = (x^2)^3 - ۳^3 = x^6 - ۲۷$$

$$۵) (x + ۲y)(x^2 - ۲xy + ۴y^2) = x^3 + (۲y)^3 = x^3 + ۸y^3$$

$$۶) (۶x + ۰/۱)(۳۶x^2 - ۰/۶x + ۰/۰۱) = (۶x)^3 + (۰/۱)^3 = ۲۱۶x^3 + ۰/۰۰۱$$

$$۷) (۲xy - ۱)(۴x^2y^2 + ۲xy + ۱) = (۲xy)^3 - (۱)^3 = ۸x^3y^3 - ۱$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

ث : اتحاد جمله مشترک

$$(a + x)(a + y) = a^2 + (x + y)a + xy$$

اثبات

$$(a + x)(a + y) = a^2 + ay + ax + xy = a^2 + (x + y)a + xy$$

$$۱) (x + ۵)(x + ۴) = x^2 + (۵ + ۴)x + ۵ \times ۴ = x^2 + ۹x + ۲۰$$

$$۲) (x - ۳)(x + ۷) = x^2 + (-۳ + ۷)x + (-۳)(۷) = x^2 + ۴x - ۲۱$$

$$۳) (x - ۳)(x - ۵) = x^2 + (-۳ + (-۵))x + (-۳)(-۵) = x^2 - ۸x + ۱۵$$

$$۴) (x - ۱)(x + ۲) = x^2 + (-۱ + ۲)x + (-۱)(۲) = x^2 + ۱x - ۲$$

$$۵) (۲x - ۴)(۲x + ۵) = (۲x)^2 + (-۴ + ۵)(۲x) + (-۴)(۵) = ۴x^2 + ۲x - ۲۰$$

$$۶) (۴x - ۷)(۴x + ۱) = (۴x)^2 + (-۷ + ۱)(۴x) + (-۷)(۱) = ۱۶x^2 - ۲۴x - ۷$$

$$۷) (۳x - ۱)(۳x + ۲) = (۳x)^2 + (-۱ + ۲)(۳x) + (-۱)(۲) = ۹x^2 + ۳x - ۲$$

مثال : حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

پ. $(x^3 - ۳y^2)^2$

ب. $(۴xy + ۳)^2$

الف. $(۲x - ۱)^2$

ج. $(x + ۵y^2)(x - ۵y^2)$

ج. $(x^2 - ۱)(x^2 + ۱)$

ت. $(۲\sqrt{۲} + \sqrt{۵})^2$

د. $(x + ۳)(x - ۳)(x^2 + ۵)$

خ. $(x^2 + y)(x^2 - ۳y)$

ح. $(x + ۲)^2(x - ۲)^2$

ز. $(۵x - ۱)^3$

ر. $(۴x + y^2)^3$

ذ. $(۳x + ۲)^3$

ص. $(۲y + ۵)^3(۲y - ۵)^3$

ش. $(۵xy + ۳z)^3$

س. $(x^2 - ۱)^3$

ض. $(x^2 - ۱)(x^4 + x + ۱)$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

(حل)

$$\text{الف) } (2x - 1)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$\text{ب) } (4xy + 3)^2 = (4xy)^2 + 2(4xy)(3) + (3)^2 = 16x^2y^2 + 24xy + 9$$

$$\text{پ) } (x^3 - 3y^2)^2 = (x^3)^2 - 2(x^3)(3y^2) + (3y^2)^2 = x^6 - 6x^3y^2 + 9y^4$$

$$\text{ت) } (2\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = (2\sqrt{2})^2 + 2(2\sqrt{2})(\sqrt{5}) + (\sqrt{5})^2 = 8 + 4\sqrt{10} + 5 = 13 + 4\sqrt{10}$$

$$\text{ج) } (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x^2)^2 - (1)^2 = x^4 - 1$$

$$\text{چ) } (x + 5y^2)(x - 5y^2) = x^2 - (5y^2)^2 = x^2 - 25y^4$$

$$\text{ح) } (x + 2)^2(x - 2)^2 = ((x + 2)(x - 2))^2 = (x^2 - 4)^2 = (x^2)^2 - 2(x^2)(4) + (4)^2 \\ = x^4 - 8x^2 + 16$$

$$\text{خ) } (x^2 + y)(x^2 - 3y) = (x^2)^2 + (y - 3y)(x^2) + y(-3y) \\ = x^4 - 2yx^2 - 3y^2$$

$$\text{د) } \underbrace{(x + 3)(x - 3)}_{\text{اتحاد مزدوج}} (x^2 + 5) = \underbrace{(x^2 - 9)(x^2 + 5)}_{\text{اتحاد جمله مشترک}} \\ = (x^2)^2 + (-9 + 5)x^2 + (-9)(5) = x^4 - 4x^2 - 45$$

$$\text{ذ) } (3x + 2)^3 = (3x)^3 + 3(3x)^2(2) + 3(3x)(2)^2 + 2^3 = 27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$$

$$\text{ر) } (4x + y^2)^3 = (4x)^3 + 3(4x)^2y^2 + 3(4x)(y^2)^2 + (y^2)^3 = 64x^3 + 48x^2y^2 + 12xy^4 + y^6$$

$$\text{ز) } (5x - 1)^3 = (5x)^3 - 3(5x)^2(1) + 3(5x)(1)^2 - (1)^3 = 125x^3 - 75x^2 + 15x - 1$$

$$\text{س) } (x^2 - 1)^3 = (x^2)^3 - 3(x^2)^2(1) + 3(x^2)(1)^2 - (1)^3 = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1$$

$$\text{ش) } (5xy + 3z)^3 = (5xy)^3 + 3(5xy)^2(3z) + 3(5xy)(3z)^2 + (3z)^3 \\ = 125x^3y^3 + 225x^2y^2z + 135xyz^2 + 27z^3$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\begin{aligned} \text{ص) } (2y + 5)^3(2y - 5)^3 &= ((2y + 5)(2y - 5))^3 \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (4y^2 - 25)^3 \\ &= (4y^2)^3 - 3(4y^2)^2(25) + 3(4y^2)(25)^2 - 25^3 = 64y^6 - 120y^4 + 750y^2 - 15625 \\ \text{ض) } (x^4 - 1)(x^2 + x + 1) &= (x^4)^3 - (1)^3 = x^{12} - 1 \end{aligned}$$

مثال: حاصل هر یک از عبارات زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } (x^2 - 3y)^2(x^2 + 3y)^2 & \quad \text{ب) } (1 - x^2)^2 - (1 + x^2)^2 \\ \text{پ) } (2x + 1)(4x^2 + 1 - 2x)(8x^3 - 1) & \quad \text{ت) } (x - 3)^2(x + 2)^2 \\ \text{ث) } (x + 2)(x - 3)(x^2 - x + 6) & \quad \text{ج) } (x - 3)(x + 3)(x^2 - 5) \\ \text{چ) } (y - 2)(y^4 + 4y^2 + 16)(y + 2) & \quad \text{ح) } (x - 1)(x^2 + 2)(x^2 + x + 1) \\ \text{خ) } (x - 2)(x + 2)(x^2 + 7) & \quad \text{د) } (1 + x)(1 - x)(1 + x^2)(1 + x^4) \end{aligned}$$

(حل)

$$\begin{aligned} \text{الف) } ((x^2 - 3y)(x^2 + 3y))^2 &= (x^4 - 9y^2)^2 = x^8 - 18x^4y^2 + 81y^4 \\ \text{ب) } 1 + x^4 - 2x^2 - (1 + x^4 + 2x^2) &= -4x^2 \\ \text{پ) } (8x^3 + 1)(8x^3 - 1) &= 64x^6 - 1 \\ \text{ت) } (x - 3)^2(x + 2)^2 &= \overbrace{[(x - 3)(x + 2)]^2}^{\text{جمله مشترک}} = [x^2 - x - 6]^2 = (x^2 - x)^2 - 12(x^2 - x) + 36 \\ &= x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x^2 + 12x + 36 = x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x + 36 \\ \text{ث) } (x^2 - x - 6)(x^2 - x + 6) &= (x^2 - x)^2 - 6^2 = x^4 - 2x^3 + x^2 - 36 \end{aligned}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

(ج) از اتحاد مزدوج و جمله مشترک استفاده می شود.

$$(x-3)(x+3)(x^2-5) = (x^2-9)(x^2-5) = (x^2)^2 + (-5-9)x^2 + (-5)(-9) \\ = x^4 - 14x^2 + 45$$

$$\text{ج) } (y-2)(y+2)(y^2+4y^2+16) = (y^2-4)(y^2+4y^2+16) = (y^2)^3 - (4)^3 = y^6 - 64$$

$$\text{ح) } \underbrace{(x-1)(x^2+x+1)}_{x^3-1} \underbrace{(x^3+2)}_{\text{جمله مشترک}} = \underbrace{(x^3-1)(x^3+2)}_{\text{جمله مشترک}} = x^6 + x^3 - 2$$

$$\text{خ) } \underbrace{(x-2)(x+2)}_{\text{مزدوج}} \underbrace{(x^2+7)}_{\text{جمله مشترک}} = \underbrace{(x^2-4)(x^2+7)}_{\text{جمله مشترک}} = (x^2)^2 + (7-4)x^2 + 7(-4) \\ = x^4 + 3x^2 - 28$$

(د) با چند بار استفاده از اتحاد مزدوج به دست می آید.

$$\underbrace{(1+x)(1-x)}_{\text{مزدوج}} \underbrace{(1+x^2)(1+x^4)}_{\text{مزدوج}} = \underbrace{(1-x^2)(1+x^2)}_{\text{مزدوج}} \underbrace{(1+x^4)}_{\text{مزدوج}} = \underbrace{(1-x^4)(1+x^4)}_{\text{مزدوج}} \\ = 1 - x^8$$

نکته: بعضی از ضرب های عددی را با استفاده از اتحادها می توان به صورت ذهنی حساب کرد.

$$\text{الف) } 16 \times 14 = (15+1)(15-1) = 15^2 - 1 = 224$$

$$\text{ب) } 105^2 = (100+5)^2 = (100)^2 + 2(100)(5) + 5^2 = 10000 + 1000 + 25 = 11025$$

$$\text{پ) } (1007)^2 = (100+7)^2 = (1000)^2 + 2(1000)(7) + (7)^2$$

$$= 1000000 + 14000 + 49 = 1014049$$

$$\text{ت) } (99)^2 = (100-1)^2 = (100)^2 - 2(100)(1) + (1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: به کمک اتحادها، حاصل هر یک از عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } 71^2 \quad \text{ب) } 103^2 \quad \text{پ) } 996^2 \quad \text{ت) } 28 \times 32$$

$$\text{ث) } 43 \times 37 \quad \text{ج) } 11^3 \quad \text{ج) } 99^3$$

(الف)

$$71^2 = (70 + 1)^2 = 70^2 + 2(70)(1) + 1^2 = 4900 + 140 + 1 = 5041$$

(ب)

$$103^2 = (100 + 3)^2 = 100^2 + 2(100)(3) + 3^2 = 10000 + 600 + 9 = 10609$$

(پ)

$$996^2 = (1000 - 4)^2 = 1000^2 - 2(1000)(4) + 4^2 = 1000000 - 8000 + 16 = 992016$$

ت) برای به دست آوردن حاصل ضرب دو عدد متمایز از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم و از میانگین دو عدد برای ساختن اتحاد مزدوج کمک می گیریم . میانگین دو عدد ۲۸ و ۳۲ برابر ۳۰ است و داریم:

$$28 \times 32 = (30 - 2)(30 + 2) = 30^2 - 2^2 = 900 - 4 = 896$$

(ث)

$$43 \times 37 = (40 + 3)(40 - 3) = 40^2 - 3^2 = 1600 - 9 = 1591$$

(ج)

$$11^2 = (10 + 1)^2 = 10^2 + 2(10)(1) + 1^2 = 100 + 20 + 1 = 121$$

(ج)

$$99^3 = (100 - 1)^3 = 100^3 - 3(100)^2(1) + 3(100)(1)^2 - 1^3 = 1000000 - 30000 + 300 - 1 = 970299$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

تمرین: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱) $(3x - y)^2 =$

۲) $(a^3 - b^2)^2 =$

۳) $\left(\frac{1}{4}a^2 + \frac{2}{5}b^3\right)^2 =$

۴) $(x^k + y^k)^2 =$

۵) $(0.01x - 1)(0.01x + 1) =$

۶) $(x^3 + 5)(5 - x^3) =$

۷) $(x^3 + 2xy)(x^3 - xy) =$

۸) $(x + 4)^3 =$

۹) $(3a - 1)^3 =$

۱۰) $\left(\frac{1}{2} - 4x\right)^2 =$

۱۱) $(3x^2 - 2y)^3 =$

۱۲) $(x^4 - 1)^3 =$

۱۳) $(2x - 1)^3 =$

۱۴) $(x^2 - 4y)^2(x^2 + 4y)^2 =$

۱۵) $(1 + x^2)^2 - (1 - x^2)^2 =$

۱۶) $(x - 4)(x + 4)(x^2 + 7) =$

۱۷) $(\sqrt{2} - 1)^2 =$

۱۸) $\left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^2 =$

۱۹) $2\sqrt{2}(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) - (3\sqrt{2} - 5\sqrt{3})^2 =$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

تمرین: حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید؟

۱) $(a - b)^2 + (a + b)^2$

جواب : $2a^2 + 2b^2$

۲) $(a + b)^2 - (a - b)^2$

جواب : $4ab$

۳) $(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$

جواب : $a^4 - 1$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

درس ۴ بخش ۲: تجزیه چند جمله‌ای‌ها

تجزیه چند جمله‌ای‌ها: عمل تبدیل یک چند جمله‌ای به حاصل ضرب حداقل دو چند جمله‌ای را تجزیه می‌گوییم.

مثال:

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)(a - b)(a - b)$$

می‌گوییم عبارت سمت چپ؛ یعنی $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ را به حاصل ضرب سه عبارت سمت راست تجزیه کرده ایم.

تذکر: تجزیه ی چند جمله‌ای‌ها عکس عمل ضرب چند جمله‌ای‌هاست.

برای تجزیه چند جمله‌ای‌ها از سه روش زیر استفاده می‌کنیم

الف) استفاده از فاکتورگیری ب) استفاده از اتحادها پ) استفاده از روش‌های خلاقانه

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

برای تجزیه یک عبارت ابتدا به سراغ فاکتورگیری می‌رویم که شرط استفاده از فاکتورگیری وجود یک عبارت مشترک در همه جملات است.

الف) **فاکتورگیری:** عبارت مشترک با توان کمتر را به عنوان فاکتور در نظر می‌گیریم و بقیه عبارات را بر فاکتور تقسیم می‌کنیم و در پرانتز دیگری قرار می‌دهیم:

۱) $x^2 - x \xrightarrow{x \text{ مشترک پس } x \text{ فاکتور}} x(x - 1)$ $\frac{x^2}{x} = x, \quad \frac{x}{x} = 1$	۲) $x^3 - 4x^2 + x = x(x^2 - 4x + 1)$
۳) $x^3 - 4x^2 = x^2(x - 4)$	۴) $2x^2 - 4x = 2x(x - 2)$
۵) $2x - 4 = 2(x - 2)$	۶) $5x^2 - 7x = x(5x - 7)$
۷) $x^5 - 4x^4 = x^4(x - 4)$	۸) $2x^3 + 16 = 2(x^3 + 8)$
۹) $4x - 6 = 2(x - 3)$	۱۰) $-15x^2 - 20x^3 = -5x^2(3 + 4x)$
۱۱) $-x^2 - x = -x(x + 1)$	۱۲) $-x - 5 = -(x + 5)$

مثال : عبارت های زیر را تجزیه کنید.

- ۱) $x^3 - 3x^2 = x^2(x - 3)$
- ۲) $4x - 8x^2 = 4x(1 - 2x)$
- ۳) $x - x^2 = x(1 - x)$
- ۴) $3x - 6 = 3(x - 2)$
- ۵) $-x - 2 = -(x + 2)$
- ۶) $x^3 - 4x^2 + x = x(x^2 - 4x + 1)$
- ۷) $5x^5 - 4x^4 + x^3 = x^3(5x^2 - 4x + 1)$
- ۸) $x^5 - x^4 = x^4(x - 1)$
- ۹) $4x^5 - x^3 = x^3(4x^2 - 1) = x^3(2x - 1)(2x + 1)$
- ۱۰) $6x + 8 = 2(3x + 4)$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$۱۱) \quad ۲ - ۴\sqrt{x} = ۲(۱ - ۲\sqrt{x})$$

$$۱۲) \quad (a^۴ - ۲a^۳) + (a - ۲) = a^۳(a - ۲) + (a - ۲) = (a - ۲)(a^۳ + ۱)$$

ب) تجزیه به کمک اتحادها:

$$a^۲ - b^۲ = (a - b)(a + b)$$

$$a^۲ \pm b^۳ = (a \pm b)(a^۲ \mp ab + b^۲)$$

(I) اتحاد مزدوج
(II) اتحاد چاق و لاغر } دو جمله باشند

(I) اتحاد مربع دو جمله‌ای (بیشتر مواقع اگر دو جمله از آن‌ها جذر کامل داشته باشد از مربع دو جمله‌ای کمک می‌گیریم)
(II) اتحاد جمله مشترک } سه جمله باشند
الف) بدون ضریب ($x^۲$ ضریب یک داشته باشد)
ب) ضریب‌دار (سل‌دار) از روش A (آپول) حل می‌کنیم

$$I) \quad a^۲ \pm ۲ab + b^۲ = (a \pm b)^۲$$

$$II) \quad x^۲ + (a + b)x + a.b$$

$$II) \quad A = ax^۲ + bx + c$$

چهار جمله باشد ← اتحاد مکعب دو جمله‌ای (بیشتر مواقع اگر دو جمله ریشه‌ی سوم داشته باشند از مکعب

دو جمله‌ای کمک می‌گیریم)

$$a^۳ \pm ۳a^۲b + ۳ab^۲ \pm b^۳ = (a \pm b)^۳$$

مثال : عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

$$۱) \quad x^۲ - ۴ = (x - ۲)(x + ۲)$$

$$۲) \quad x^۲ - ۱ = (x - ۱)(x + ۱)$$

$$۳) \quad \frac{1}{۴}x^۴ - y^۲ = \left(\frac{1}{۴}x^۲ - y\right)\left(\frac{1}{۴}x^۲ + y\right)$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$۴) \frac{۴}{۲۵}x^۲ - y^۶ = \left(\frac{۲}{۵}x - y^۳\right)\left(\frac{۲}{۵}x + y^۳\right)$$

$$۵) x^۲ - ۲ = (x - \sqrt{۲})(x + \sqrt{۲})$$

$$۶) x^۳ - ۴x = x(x^۲ - ۴) = x(x - ۲)(x + ۲)$$

$$۷) x^۳ + ۸ = (x + ۲)(x^۲ - ۲x + ۴)$$

$$۸) x^۳ - ۸ = (x - ۲)(x^۲ + ۲x + ۴)$$

$$۹) x^۳ + ۲۷ = (x + ۳)(x^۲ - ۳x + ۹)$$

$$۱۰) y^۳ - ۶۴ = (y - ۴)(y + ۴y + ۱۶)$$

$$۱۱) ۸x^۳ - ۲۷ = (۲x - ۳)(۴x + ۶x + ۹)$$

$$۱۲) x^۲ - ۴x + ۳ = (x - ۳)(x - ۱)$$

$$۱۳) x^۲ - ۴x + ۴ = (x - ۲)(x - ۲) = (x - ۲)^۲$$

$$۱۴) x^۲ - ۶x + ۸ = (x - ۴)(x - ۲)$$

$$۱۵) x^۲ - x - ۲ = (x - ۲)(x + ۱)$$

$$۱۶) x^۲ - ۶x + ۵ = (x - ۵)(x - ۱)$$

$$۱۷) x^۲ + x - ۶ = (x + ۳)(x - ۳)$$

$$۱۸) x^۲ - ۱۸x + ۷۲ = (x - ۶)(x - ۱۲)$$

$$۱۹) x^۲ - ۱۵x + ۵۰ = (x - ۱۰)(x - ۵)$$

$$۲۰) x^۲ - ۵x - ۶ = (x - ۶)(x + ۱)$$

$$۲۱) -x^۲ - ۷x + ۸ = -(x^۲ + ۷x - ۸) = -(x - ۸)(x + ۱)$$

$$۲۲) ۴x^۲ - ۸x - ۱۲ = ۴(x^۲ - ۲x - ۳) = ۴(x - ۳)(x + ۱)$$

$$۲۳) x^۴ - ۳x^۲ - ۴ = (x^۲ - ۴)(x^۲ + ۱) = (x - ۲)(x + ۲)(x^۲ + ۱)$$

$$۲۴) x^۳ + ۶x^۲ + ۱۲x + ۸ = (x + ۲)^۳$$

$$۲۵) x^۳ - ۳x^۲ + ۳x - ۱ = (x - ۱)^۳$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

نکته : روش زیر که به روش A مشهور است. را با ذکر یک مثال توضیح می دهیم. فرض کنید می خواهیم عبارت سه جمله ای $3x^2 - 7x + 4$ را تجزیه کنیم. عبارت را برابر A در نظر می گیریم و طرفین آن را در ضریب جمله ی درجه ی بالاتر، ضرب می کنیم.

$$A = 3x^2 - 7x + 4$$

$$3A = (3x)^2 - 7(3x) + 12$$

حال دنبال دو عدد می گردیم که جمعشان -7 و ضربشان 12 شود؛ این دو عدد -3 و -4 هستند، پس می توان نوشت:

$$3A = (3x - 3)(3x - 4)$$

$$3A = 3(x - 1)(3x - 4)$$

$$A = (x - 1)(3x - 4)$$

حال با تقسیم طرفین عبارت بر 3 عبارت A تجزیه می شود.

مثال: عبارت $5t^2 - 4t - 1$ را تجزیه کنید.

حل:

$$A = 5t^2 - 4t - 1$$

$$5A = (5t)^2 - 4(5t) - 5$$

جمع دو عدد (-4) و حاصل ضربشان (-5) است، این دو عدد -5 و 1 می باشند.

$$5A = (5t - 5)(5t + 1) \Rightarrow A = (t - 1)(5t + 1)$$

$$1) \quad 3x^2 - 8x + 5 \Rightarrow 3A = (3x)^2 - 8(3x) + 15$$

$$3A = (3x - 3)(3x - 5)$$

$$3A = 3(x - 1)(3x - 5)$$

$$A = (x - 1)(3x - 5)$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\begin{aligned}
 2) \quad -2x^2 + 5x - 3 &\Rightarrow -2A = (-2x)^2 + 5(-2x) + 6 \\
 -2A &= (-2x + 3)(-2x + 2) \\
 -2A &= (-2x + 3) - 2(-2x - 1) \\
 A &= (-2x + 3)(x - 1)
 \end{aligned}$$

مثال: تجزیه کنید.

- ۱) $x^6 - 1$ ۲) $9 - (2x - 1)^2$ ۳) $125a^3 - 1$ ۴) $x^6 - 16$
- ۵) $y^3 - (x + 1)^3$ ۶) $x^8 - y^8$ ۷) $(b + 1)^2 + 6(b + 1) + 9$ ۸) $x^9 - 1$
- ۹) $16a^2 - 1$ ۱۰) $x^2 - 3xy - 10y^2$ ۱۱) $125x^3 - 8y^3$ ۱۲) $(3x - 1)^2 - 9$
- ۱۳) $x^2 - x - 12$ ۱۴) $x^2 + x^2 - 72x$ ۱۵) $x^6y^9 - x^3$ ۱۶) $2x^3 - 32x$
- ۱۷) $x^2 + 3x^2 + 3x + 1$ ۱۸) $2x^2 + 7x + 5$ ۱۹) $-a^2 + 7a + 18$ ۲۰) $2x^2 - 7x + 6$
- ۲۱) $7x^2 - 13x - 2$

حل)

- ۱) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$
- ۲) $(3 - (2x - 1))(3 + 2x - 1) = (4 - 2x)(2 + 2x) = 4(2 - x)(1 + x)$
- ۳) $(5a)^3 - 1 = (5a - 1)(25a^2 + 5a + 1)$

۴) دو بار از اتحاد مزدوج استفاده می شود.

- $x^6 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$
- ۵) $y^3 - (x + 1)^3 = (y - (x + 1))(y^2 + y(x + 1) + (x + 1)^2)$
 $= (y - x - 1)(y^2 + yx + y + x^2 + 2x + 1)$
- ۶) $(x^6 - y^6)(x^6 + y^6) = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^6 + y^6)$
 $= (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^6 + y^6)$
- ۷) $(b + 1)^2 + 6(b + 1) + 9 = (b + 1 + 3)^2 = (b + 4)^2$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonnour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\begin{aligned} ۸) \quad x^9 - ۱ &= (x^3)^3 - ۱ = (x^3 - ۱)(x^6 + x^3 + ۱) \\ &= (x - ۱)(x^2 + x + ۱)(x^6 + x^3 + ۱) \end{aligned}$$

$$۹) \quad ۸a^6 - ۱ = (۲a^2)^3 - ۱^3 = (۲a^2 - ۱)(۴a^4 + ۲a^2 + ۱)$$

$$\begin{aligned} ۱۰) \quad x^2 - ۳xy - ۱۰y^2 &= x^2 - ۳xy - ۶y^2 - ۴y^2 = x^2 - ۴y^2 - ۶xy - ۳xy \\ &= (x - ۲y)(x + ۲y) - ۳y(۲y + x) = (x + ۲y)(x - ۲y - ۳y) = (x + ۲y)(x - ۵y) \end{aligned}$$

$$۱۱) \quad ۱۲۵x^3 - ۸y^3 = (۵x)^3 - (۲y)^3 = (۵x - ۲y)(۲۵x^2 + ۱۰xy + ۴y^2)$$

$$۱۲) \quad (۳x - ۱)^2 - ۳^2 = (۳x - ۱ + ۳)(۳x - ۱ - ۳) = (۳x + ۲)(۳x - ۴)$$

$$۱۳) \quad x^2 - x - ۱۲ = (x - ۴)(x + ۳)$$

$$۱۴) \quad x(x^2 + x - ۷۲) = x(x + ۹)(x - ۸)$$

$$۱۵) \quad x^3(x^2y^4 - ۱) = x^3((xy^2)^2 - ۱) = x^3(xy^2 - ۱)(x^2y^2 + xy^2 + ۱)$$

۱۶) از فاکتور گیری و اتحاد مزدوج استفاده می کنیم:

$$۲x^3 - ۳۲x = ۲x(x^2 - ۱۶) = ۲x(x - ۴)(x + ۴)$$

۱۷) همان اتحاد $(a + b)^3$ است لذا تجزیه عبارت برابر $(x + ۱)^3$ است.

$$۱۸) \quad A = ۲x^2 + ۷x + ۵ \Rightarrow ۲A = (۲x)^2 + ۷(۲x) + ۲ \times ۵$$

$$\Rightarrow ۲A = (۲x + ۷)(۲x + ۵) \Rightarrow A = (x + ۷/۲)(۲x + ۵)$$

$$۱۹) \quad -a^2 + ۷a + ۱۸ = -(a^2 - ۷a - ۱۸) = -(a + ۲)(a - ۹)$$

$$۲۰) \quad A = ۲x^2 - ۷x + ۶ \Rightarrow ۲A = (۲x)^2 - ۷(۲x) + ۱۲$$

$$\Rightarrow ۲A = (۲x - ۳)(۲x - ۴) = (۲x - ۳)۲(x - ۲) \Rightarrow A = (۲x - ۳)(x - ۲)$$

$$۲۱) \quad A = ۷x^2 - ۱۳x - ۲ \Rightarrow ۷A = (۷x)^2 - ۱۳(۷x) - ۱۴ = (۷x - ۱۴)(۷x + ۱)$$

$$\begin{aligned} ۷A &= ۷(x - ۲)(۷x + ۱) \Rightarrow A = (x - ۲)(۷x + ۱) \Rightarrow ۷x^2 - ۱۳x - ۲ \\ &= (x - ۲)(۷x + ۱) \end{aligned}$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: هر يك از عبارت ها را تا حد ممكن (به عبارت های گویا) تجزیه کنید.

الف) $x^6 - y^6$ ب) $x^4 - y^4$

$$\text{الف) } x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{ب) } x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x - y)(x + y)$$

تمرین: تجزیه کنید.

۱) $x^6 - 1 =$

۲) $8a^6 - 1 =$

۳) $x^8 - y^8 =$

۴) $x^6 - 16 =$

۵) $125a^3 - 1 =$

۶) $x^9 - 1 =$

۷) $x^2 - x - 12 =$

۸) $7x^2 - 13x - 2 =$

۹) $2x^2 + 7x + 5 =$

۱۰) $2x^2 - 7x + 6 =$

۱۱) $-a^2 + 7a + 18 =$

۱۲) $2x^3 - 32x =$

۱۳) $125x^3 - 8y^3 =$

۱۴) $x^3 + x^2 - 72x =$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

۱۵) $x^6 y^9 - x^3 =$

۱۶) $9 - (2x - 1)^2 =$

۱۷) $y^3 - (x + 1)^3 =$

۱۸) $(b + 1)^2 + 6(b + 1) + 9 =$

۱۹) $(3x - 1)^2 - 9 =$

۲۰) $27x - xy^3 =$

۲۱) $3a^5 - 48ab^4 =$

۲۲) $x^3 - 8x^2 + 16x =$

۲۳) $64x^{12} - 27x^{18} =$

۲۴) $xy^6 - 13xy^2 + 36x =$

۲۵) $4x^2 - 25 =$

۲۶) $27x - xy^3 =$

۲۷) $2x^3 + 16 =$

۲۸) $3t^2 - 2t - 1 =$

۲۹) $6a^2 - 5x - 6 =$

۳۰) $b^6 + 2b^2 + 1 =$

۳۱) $x^6 - 81 =$

۳۲) $8x^3 + 125 =$

۳۳) $x^6 + 3x^3 - 10x^2 =$

۳۴) $x^3 + 8x^2 + 15x =$

۳۵) $x^5 y - 8y^6 x =$

۳۶) $a^6 - 64 =$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

پ (استفاده از روش های خلاقانه

در این روش به کمک دسته بندی، شکستن عبارت، کم و زیاد کردن، تغییر متغیر و... کاری می کنیم که بتوانیم به کمک فاکتور گیری یا اتحادها عبارت را تجزیه کنیم.

مثال: عبارت $a^4 - 2a^3 + a - 2$ را تجزیه کنید.

$$\text{حل : } a^4 - 2a^3 + a - 2 = (a^4 - 2a^3) + (a - 2) = a^3(a - 2) + (a - 2)$$

$$= (a - 2)(a^3 + 1) = (a - 2)(a + 1)(a^2 - a + 1)$$

مثال: عبارت $b^2 - x^2 - y^2 + 2xy$ را تجزیه کنید.

$$\text{حل : } b^2 - x^2 - y^2 + 2xy = b^2 - (x^2 + y^2 - 2xy) = b^2 - (x - y)^2$$

$$= (b + x - y)(b - (x - y)) = (b + x - y)(b - x + y)$$

مثال: عبارت $a^6 - 2b^6 + 2a^3b^3$ را تجزیه کنید.

$$a^6 - 2b^6 + 2a^3b^3 = a^6 + 2a^3b^3 + b^6 - 3b^6$$

$$= (a^3 + b^3)^2 - 3(b^3)^2 = (a^3 + b^3 - \sqrt{3}b^3)(a^3 + b^3 + \sqrt{3}b^3)$$

مثال: عبارت $a^6 - 3b^6 + 2a^3b^3$ را تجزیه کنید.

$$a^6 - 3b^6 + 2a^3b^3 = a^6 - a^3b^3 + 3a^3b^3 - 3b^6 = a^3(a^3 - b^3) + 3b^3(a^3 - b^3)$$

$$= (a^3 - b^3)(a^3 + 3b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^3 + 3b^3)$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$\text{الف) } 5x^2 + 11x + 6 \quad \text{ب) } 2x^3 - 6x + yx^2 - 3y$$

پاسخ : الف) یک جمله ای $11x$ را به صورت $5x + 6x$ می نویسیم و داریم:

$$5x^2 + 11x + 6 = (5x^2 + 5x) + (6x + 6) = 5x(x + 1) + 6(x + 1) = (x + 1)(5x + 6)$$

$$\text{ب) } \underline{2x^3} - \underline{6x} + \underline{yx^2} - \underline{3y} = 2x(x^2 - 3) + y(x^2 - 3) = (x^2 - 3)(2x + y)$$

$$= (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(2x + y)$$

مثال: عبارت $2x^2 + 3x + 1$ را تجزیه کنید.

می نویسیم:

$$2x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x + 1 + x^2 + x = (x + 1)^2 + x(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x + 1 + x) = (x + 1)(2x + 1)$$

مثال: با استفاده از روش های خلاقانه و فاکتور گیری عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$۱) 4x^2 + 4x + 1 - y^2 \quad ۲) 27x - xy^2 \quad ۳) x^2 + x^2 + 4x + 4 \quad ۴) ax + a - 9x - 9$$

$$۵) a^2 + 2a^2 + a + 2 \quad ۶) x^2 + y^2 + 2xy - 25 \quad ۷) x^2 - y^2 + 4x + 4 \quad ۸) 3a^5 - 4ab^4$$

$$۹) 4b^2 + b - 4b^2 \quad ۱۰) mx - 2my - ny + 2ny \quad ۱۱) x^2 + y^2 - 2xy - t^2 \quad ۱۲) y^2 - b^2 + 2xy + x^2$$

$$۱۳) x^2 - 6x + 9 - t^2 \quad ۱۴) x^2 - 8x^2 + 16x \quad ۱۵) 5c - 10x + ac - 2ax$$

$$۱۶) xy^4 - 13xy^2 + 36x \quad ۱۷) 64x^{12} - 27x^{18} \quad ۱۸) x^3 + 4x - 5$$

$$۱۹) a^2 + a + 10 \quad ۲۰) (x - y)(x^2 - z^2) - (x - z)(x^2 - y^2)$$

$$۲۱) x^2(y + z) - y^2(x + z) + z^2(x - y)$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

(حل)

$$۱) \quad 4x^2 + 4x + 1 - y^2 = (2x + 1)^2 - y^2 = (2x + 1 - y)(2x + 1 + y)$$

$$۲) \quad 27x - xy^3 = x \underbrace{(27 - y^3)}_{\text{اتحاد}} = x(3 - y)(9 + 3y + y^2)$$

$$۳) \quad x^2 + x^2 + 4x + 4 = x^2(x + 1) + 4(x + 1) = (x + 1)(x^2 + 4)$$

$$۴) \quad a(x + 1) - 9(x + 1) = (x + 1)(a - 9)$$

$$۵) \quad a^2(a + 2) + (a + 2) = (a + 2)(a^2 + 1)$$

$$۶) \quad (x + y)^2 - 25 = (x + y + 5)(x + y - 5)$$

$$۷) \quad x^2 - y^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x + 4 - y^2 = (x + 2)^2 - y^2 = (x + 2 + y)(x + 2 - y)$$

$$۸) \quad 3a^5 - 48ab^4 = 3a(a^4 - 16b^4)$$

دوبار از اتحاد مزدوج استفاده می شود.

$$= 3a(a^2 - 4b^2)(a^2 + 4b^2) = 3a(a - 2b)(a + 2b)(x^2 + 4b^2)$$

$$۹) \quad 4b^2 + b - 4b^2 = b(4b^2 - 4b + 1) = b(2b - 1)^2$$

$$۱۰) \quad A = (mx - nx) - (2my - 2ny) = x(m - n) - 2y(m - n) \\ = (m - n)(x - 2y)$$

$$۱۱) \quad x^2 + y^2 - 2xy - t^2 = (x - y)^2 - t^2 = (x - y - t)(x - y + t)$$

$$۱۲) \quad y^2 - b^2 + 2xy + x^2 = \overbrace{y^2 + 2xy + x^2}^{\text{اتحاد مربع}} - b^2 = \overbrace{(y + x)^2}^{\text{اتحاد مزدوج}} - b^2$$

$$= (y + x - b)(y + x + b)$$

$$۱۳) \quad \underbrace{x^2 - 6x + 9}_{(x-3)^2} - t^2 = \underbrace{(x - 3)^2 - t^2}_{\text{اتحاد مزدوج}} = (x - 3 + t)(x - 3 - t)$$

$$۱۴) \quad x^2 - 8x^2 + 16x = x(x^2 - 8x + 16) = x(x - 4)^2$$

$$۱۵) \quad 5c - 10x + ac - 2ax = (5 + a)c - 2x(5 + a) = (5 + a)(c - 2x)$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$۱۶) \quad xy^4 - ۱۳xy^3 + ۳۶x = x(y^4 - ۱۳y^3 + ۳۶) = x(y^2 - ۴)(y^2 - ۹)$$

$$= x(y - ۲)(y + ۲)(y - ۳)(y + ۳)$$

$$۱۷) \quad x^{۱۲}(۶۴ - ۲۷x^۴) = x^{۱۲}(۴^۳ - (۳x^۲)^۳) = x^{۱۲}(۴ - ۳x^۲)(۱۶ + ۱۲x^۲ + ۹x^۴)$$

$$= x^{۱۲}(۲ - \sqrt{۳}x)(۲ + \sqrt{۳}x)(۹x^۴ + ۱۲x^۲ + ۱۶)$$

$$۱۸) \quad x^۳ + ۴x - \frac{۵}{-۴-۱} = x^۳ - ۱ + ۴x - ۴ = \frac{(x-۱)(x^۲+x+۱) + ۴(x-۱)}{}$$

$$= (x-۱)[x^۲+x+۵]$$

از $a^۳ - b^۳ = (a-b)(a^۲ - ab + b^۲)$ استفاده شده است.

۱۹) بجای ۱۰ عدد ۸+۲ قرار داده و از اتحاد مجموع مکعبات استفاده می کنیم.

$$a^۳ + a + ۱۰ = \underbrace{(a^۳ + ۸)}_{\text{اتحاد مجموع}} + (a + ۲) = (a + ۲)(a^۲ - ۲a + ۴) + (a + ۲)$$

$$= (a + ۲)[a^۲ - ۲a + ۴ + ۱] = (a + ۲)(a^۲ - ۲a + ۵)$$

$$۲۰) \quad (x-y)(x^۲-z^۲) - (x-z)(x^۲-y^۲)$$

$$= (x-y)(x-z)(x+z) - (x-z)(x-y)(x+y)$$

$$= (x-y)(x-z)[x+z-x-y] = (x-y)(x-z)(z-y)$$

$$۲۱) \quad x^۲(y+z) - y^۲(x+z) + z^۲(x-y) = \underline{x^۲y} + \underline{x^۲z} - \underline{xy^۲} - \underline{y^۲z} + z^۲(x-y)$$

$$xy(x-y) + z(x^۲-y^۲) + z^۲(x-y) = (x-y)[xy + zx + zy + z^۲]$$

$$= (x-y)[x(y+z) + z(y+z)] = (x-y)(y+z)(x+z)$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: در اتحاد

$$a^3 + 1 = (a + 1)(a^2 - a + 1)$$

قرار دهید $a = \sqrt[3]{x^3}$ و حاصل را بازنویسی کنید:

$$(\sqrt[3]{x^3})^3 + 1 = (\sqrt[3]{x^3} + 1)(\sqrt[3]{x^3})^2 - (\sqrt[3]{x^3})(1) + (1)^2$$

$$x^3 + 1 = (\sqrt[3]{x^3} + 1)(\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x^3} + 1)$$

مثال: تجزیه کنید.

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{y^3})(\sqrt[3]{x^3})^2 - (\sqrt[3]{x^3})(\sqrt[3]{y^3}) + (\sqrt[3]{y^3})^2 \\ &= (\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{y^3})(\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{x^3}\sqrt[3]{y^3} + \sqrt[3]{y^3}) \end{aligned}$$

مضرب و شمارنده ی عبارت های جبری

$12 = 3 \times 4$ هر یک از عددهای ۳ و ۴ را یک شمارنده عدد ۱۲ و عدد ۱۲ را مضرب هر یک از این

عددها می نامیم. ۱۲ شمارنده های دیگر نیز دارد، از جمله خود عدد ۱۲. عدد ۳ مضرب های دیگری دارد، از

جمله خود عدد ۳ و همچنین هر یک از عددهای ۶، ۹، ۱۵ و... مشابه این در اتحاد مزدوج

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

هر یک از عبارت های $a - b$ و $a + b$ یک شمارنده $a^2 - b^2$ است. همچنین $a^2 - b^2$ هم مضرب

$a - b$ و هم مضرب $a + b$ است.

نکته: مضرب های هر عبارت جبری و یا یک چند جمله ای، از ضرب آن عبارت در عددهای صحیح و یا

عبارت های جبری دیگر (و یا همزمان در هر دو) به دست می آیند.

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: چند نمونه از مضرب های $a + b$ را بنویسید.

... و $(a + b)(a - b)$ و $-۴(a + b)$ و $(a + b)(a + b)^۲$ و $۲(a + b)$ و $a + b$

تذکره: عبارت $\sqrt{۳}(a + b)$ یک مضرب $a + b$ محسوب نمی شود. ضرایب عددی فقط می توانند عدد صحیح باشند.

مثال: چند نمونه از مضرب های $a - b$ را بنویسید.

$۲a(a - b)$, $-۷(a - b)$, $۳(a - b)$, $(a - b)^۲$,

تست: عبارت $۲۷a^۳ - ۱$ مضرب کدام یک از عبارت هاست؟

الف) $a - ۱$ ب) $۳a - ۱$ پ) $۹a^۲ + ۳a + ۱$ ت) $۳a + ۱$

$$۲۷a^۳ - ۱ = (۳a - ۱)(۹a^۲ + ۳a + ۱)$$

جهت تهیه جزوه کامل فصل سوم ریاضی پایه دهم با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام

@habib_hashemi پیام دهید.

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

درس ۴ بخش ۳: عبارت های گویا

عبارت گویا: هر کسری که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشد را عبارت گویا می گوئیم.

به عنوان مثال، $\frac{2x+\sqrt{5}}{x+y}$ یک عبارت گویا است، اما عبارت $\frac{\sqrt{x}}{x+4}$ گویا نیست، زیرا $\sqrt{x}$ یک جمله ای نمی باشد.**مثال:** مشخص کنید کدام یک از عبارت های زیر گویا هستند؟ (چرا؟)

$$\text{آ) } \frac{x+1}{x^2+5} \quad \text{ب) } \frac{x}{x^2-1} \quad \text{پ) } \frac{|x|+1}{2x-3} \quad \text{ت) } \sqrt[3]{x} + 1 \quad \text{ث) } x + 4$$

حل) عبارت (پ) به دلیل وجود $|x|$ و عبارت (ت) به دلیل وجود $\sqrt[3]{x}$ گویا نمی باشد. بقیه عبارت ها در صورت و مخرج شامل چند جمله ای اند. (x یک جمله ای است و در مخرج کسر (ث)، عدد یک وجود دارد).

نکته: یک عبارت گویا به ازای مقدارهایی از متغیر که مخرج آن صفر می شود، تعریف نمی گردد (مقدار ندارد).

مثال: عبارت های گویای زیر به ازای چه مقدار هایی از x تعریف نمی شود؟

$$\text{الف) } \frac{-4x}{x-2} \quad \text{ب) } \frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^2+4} \quad \text{پ) } \frac{x+4}{4x^2+8x}$$

حل) یک عبارت گویا به ازای مقدارهایی از متغیر که در مخرج آن صفر می شود، تعریف نمی شود.

الف) عبارت $\frac{-4x}{x-2}$ فقط به ازای $x = 2$ تعریف نمی شود:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

ب) عبارت $\frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^2+4}$ فقط به ازای $x = -3$ و $x = 1$ تعریف نمی شود:

$$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3, x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

توجه کنیم که $x^2 + 4$ همواره مثبت است و در نتیجه به ازای هیچ مقداری از x صفر نمی شود.

پ) عبارت $\frac{x+4}{4x^2+8x}$ فقط به ازای $x = 0$ و $x = 2$ تعریف نمی شود.

$$4x^2 + 8x = 4x(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$$

مثال: عبارت گویای $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-1}$ به ازای چه مقدارهایی از x تعریف نمی شود؟

پاسخ:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین عبارت گویای داده شده فقط به ازای $x = 1$ و $x = 2$ تعریف نمی شود.

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

ساده کردن عبارت های گویا:

برای ساده کردن عبارت های گویا، صورت و مخرج کسر را تجزیه می کنیم و با حذف عامل های مشترک در صورت و مخرج، ساده شده کسر به دست می آید.

مثال: عبارت گویای $\frac{x^3+1}{x^2+6x+5}$ را ساده کنید.

پاسخ: تجزیه عبارت های x^3+1 و x^2+6x+5 به ترتیب به صورت

$$x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1) \text{ و } x^2+6x+5 = (x+1)(x+5) \text{ می باشد، بنابراین:}$$

$$\frac{x^3+1}{x^2+6x+5} = \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)(x+5)} = \frac{x^2-x+1}{x+5}$$

مثال: صورت و مخرج هر کسر را تجزیه و عبارت را ساده کنید.

الف) $\frac{x^6+1}{x^6+2x^2+1} = \frac{(x^2+1)(x^4-x^2+1)}{(x^2+1)^2} = \frac{x^4-x^2+1}{x^2+1}$

ب) $\frac{x^3-1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)(x^2+x-1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2+x-1}{(x-1)}$

پ) $\frac{x^2+1}{x^6-1} = \frac{x^2+1}{(x^2+1)(x^2-1)} = \frac{1}{x^2-1}$

ت) $\frac{y^5-y}{y^3+y^2+y} = \frac{y(y^4-1)}{y(y^2+y+1)} = \frac{y^4-1}{y^2+y+1}$

ث) $\frac{y^5-y^3-12y}{8y^2+16y} = \frac{y(y^4-y^3-12)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^3-4)(y^2+3)}{8y(y+2)}$

$$= \frac{y(y-2)(y+2)(y^2+3)}{8y(y+2)} = \frac{(y-2)(y^2+3)}{8}$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال : کسرهای گویای زیر را ساده کنید.

$$\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 + x^2} \quad (\text{ت})$$

$$\frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 - x - 2} \quad (\text{پ})$$

$$\frac{x^2 + 4}{x^2 - 16} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x + 2} \quad (\text{آ})$$

$$\frac{x^6 + 8}{x^6 - 4} \quad (\text{ح})$$

$$\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{(x^2 - 1)(x^2 - x)} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{y^3 + y^2 - 2y}{4y^2 + 4y} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{y^3 - y}{y^2 + y^2 + y} \quad (\text{ث})$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x + 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-2}{x+1} \quad (\text{آ})$$

$$\frac{x^2 + 4}{x^2 - 16} = \frac{x^2 + 4}{(x^2 - 4)(x^2 + 4)} = \frac{1}{x^2 - 4} \quad (\text{ب})$$

(پ) عبارت $2x^2 + 5x + 3$ را با استفاده از دسته بندی جملات، تجزیه می کنیم:

$$2x^2 + 5x + 3 = (2x^2 + 2x) + (3x + 3) = 2x(x + 1) + 3(x + 1) = (x + 1)(2x + 3)$$

$$\frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 - x - 2} = \frac{(x+1)(2x+3)}{(x+1)(x-2)} = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 + x^2} = \frac{x(x^2 + 2x + 1)}{x(x^2 + x)} = \frac{(x+1)^2}{x(x+1)(x+1)} = \frac{x+1}{x(x^2 - x + 1)} \quad (\text{ت})$$

$$\frac{y^3 - y}{y^2 + y^2 + y} = \frac{y^3 - y}{y^2 + y^2 + y} = \frac{y(y^2 - 1)}{y(y^2 + y + 1)} = \frac{(y-1)(y+1)}{y^2 + y + 1} = \frac{(y-1)(y^2 + y + 1)}{y^2 + y + 1} = (y-1)(y^2 + 1) \quad (\text{ث})$$

$$\frac{y^3 + y^2 - 2y}{4y^2 + 4y} = \frac{y(y^2 + y - 2)}{4y(y+1)} = \frac{(y+2)(y-1)}{4(y+1)} = \frac{(y+2)(y-1)}{4} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{(x^2 - 1)(x^2 - x)} = \frac{(x-1)^3}{(x-1)(x^2 + x + 1) \times x(x-1)} = \frac{x-1}{x(x^2 + x + 1)} \quad (\text{ج})$$

$$x^6 + 8 = (x^3)^2 + 2^3 = (x^3 + 2)(x^3 - 2x^2 + 4) \Rightarrow \frac{x^6 + 8}{x^6 - 4} = \frac{(x^3 + 2)(x^3 - 2x^2 + 4)}{(x^3 - 2)(x^3 + 2)} \quad (\text{ح})$$

$$= \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3 - 2}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

ضرب و تقسیم عبارت های گویا:

برای ضرب و تقسیم عبارت های گویا، ابتدا هر یک از عبارت های گویا را ساده کرده و سپس از قوانین زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, (b, d \neq 0) \quad , \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}, (b, c, d \neq 0)$$

مثال : $\frac{x^2+x}{x-1} \times \frac{x^2-1}{x^2+x+1} = \frac{x(x+1)}{x-1} \times \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1} = \frac{x(x+1)(x-1)}{x-1} = x(x+1)$

مثال: حاصل کسرهایی زیر را به دست آورید و ساده کنید.

الف) $\frac{x^2-2x}{x^2+2x} \times \frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$ ب) $\frac{2x^2-8x^2}{x^3} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2+1}$

حل الف) $\frac{x^2-2x}{x^2+2x} \times \frac{x^2-4}{x^2-4x+4} = \frac{x(x-2)}{x(x+2)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = 1$

ب) $\frac{2x^2-8x^2}{x^3} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2+1} = \frac{2x^2(x-4)}{x^3} \times \frac{x^2+1}{x^2-3x-4} = \frac{2(x-4)}{x} \times \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)(x-4)} = \frac{2(x^2-x+1)}{x}$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

جمع و تفریق عبارت های گویا:

برای جمع و تفریق عبارت های گویا، پس از ساده کردن هر یک از عبارت های گویا، کوچک ترین مضرب مشترک مخرج کسرها را به دست می آوریم سپس کسرهایی با کوچک ترین مضرب مشترک مخرج ها می نویسیم و آن ها را با استفاده از دستور زیر ساده می کنیم:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

کوچک ترین مضرب مشترک مخرج ها

برای به دست آوردن کوچک ترین مضرب مشترک مخرج کسرها، ابتدا مخرج همه کسرها را تجزیه کرده و سپس عامل های مشترک با بزرگترین توان را در عامل های غیر مشترک ضرب می کنیم.

مثال: حاصل کسرهایی $\frac{1}{x+1}$ و $\frac{2}{x-1}$ را به دست آورید.

پاسخ: هیچ یک از کسرهایی $\frac{1}{x+1}$ و $\frac{2}{x-1}$ ساده نمی شوند. کوچک ترین مضرب مشترک مخرج دو کسر ، $(x-1)(x+1)$ می باشد. پس داریم:

$$\begin{aligned} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1} &= \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2(x+1) + x-1}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{2x+2+x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{3x+1}{x^2-1} \end{aligned}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

مثال: حاصل کسره‌های زیر را به دست آورید و ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{1}{x+3} + \frac{6}{x^2-9} \quad \text{ب) } \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{5x}{x^2-1}$$

$$\text{پ) } \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{3}{x^2+3x-10} \quad \text{ت) } \frac{x^2+3x+9}{x^2-27} + \frac{x^2-1}{x^2+x}$$

$$\text{ث) } \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+1}$$

الف) $(x-3)(x+3)$ کوچکترین مضرب مشترک مخرج دو کسر است، پس داریم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+3} + \frac{6}{x^2-9} &= \frac{1}{x+3} + \frac{6}{(x-3)(x+3)} = \frac{x-3}{(x-3)(x+3)} + \frac{6}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{x-3+6}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+3}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

ب)

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{5x}{x^2-1} &= \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} + \frac{5x}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1+2(x-1)+5x}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1+2x-2+5x}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{8x-1}{(x-1)(x+1)} \end{aligned}$$

پ) تجزیه مخرج کسرها به صورت $x^2+3x-10 = (x+5)(x-2)$ و $x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)$ است و در نتیجه کوچکترین مضرب مشترک کسرها $(x-1)(x-2)(x+5)$ می باشد:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{3}{x^2+3x-10} &= \frac{x+5}{(x-1)(x-2)(x+5)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x-2)(x+5)} \\ &= \frac{x+5+3x-3}{(x-1)(x-2)(x+5)} = \frac{4x+2}{(x-1)(x-2)(x+5)} \end{aligned}$$

ت) ابتدا هر یک از کسرها را ساده می کنیم:

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\frac{x^2 + 3x + 9}{x^3 - 27} = \frac{x^2 + 3x + 9}{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{1}{x - 3}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x^3 + x} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{x(x^2 + 1)} = \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 3x + 9}{x^3 - 27} + \frac{x^2 - 1}{x^3 + x} = \frac{1}{x - 3} + \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$= \frac{x}{x(x - 3)} + \frac{(x - 3)(x^2 - 1)}{x(x - 3)} = \frac{x + (x - 3)(x^2 - 1)}{x(x - 3)} = \frac{x + x^3 - x - 3x^2 + 3}{x(x - 3)}$$

$$= \frac{x^3 - 3x^2 + 3}{x(x - 3)}$$

(ث)

$$= \frac{(x + 1)(x^2 + 1) + (x - 1)(x^2 + 1) - (x^2 + 1) + (x^2 - 1)}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}$$

$$= \frac{x^3 + x + x^2 + x + x^3 + x - x^2 - 1 - x^2 - 1 + x^2 - 1}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} = \frac{2x^3 + 2x - 2}{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}$$

تدریس خصوصی و مبحثی ریاضیات

متوسطه

و

تضمینی کنکور

تهران و کرج

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

گویا کردن مخرج کسرها (تبدیل مخرج رادیکالی به غیر رادیکالی)**حالت اول :** در مخرج یک جمله داشته باشیم به عبارت دیگر مخرج به صورت $\frac{A}{\sqrt[n]{x^m}}$ باشد $(n > m)$:در این حالت صورت و مخرج کسر را در $\sqrt[n]{x^{n-m}}$ ضرب می کنیم.مثال: مخرج کسر $\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}$ را گویا کنید.

$$\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \times \frac{\sqrt[3]{x^{3-2}}}{\sqrt[3]{x^{3-2}}} = \frac{2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{2\sqrt[3]{x}}{x}$$

پاسخ:

حالت دوم : در مخرج کسر دو جمله با رادیکال (رادیکال هایی) به فرجه زوج داشته باشیم :

در این حالت از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم. به این روش که صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می کنیم (مزدوج یعنی علامت بین دو جمله را قرینه کنیم مثلاً مزدوج $a - b$ ، عبارت $a + b$ و مزدوج $a + b$ ، عبارت $a - b$ می باشد)، سپس با استفاده از اتحاد مزدوج، حاصل مخرج را که یک عبارت بدون رادیکال است، به دست می آوریم.

مثال: مخرج کسر $\frac{x}{\sqrt{2}+3}$ را گویا کنید.پاسخ: مزدوج $\sqrt{2} + 3$ ، عبارت $\sqrt{2} - 3$ می باشد، پس صورت و مخرج کسر را در $\sqrt{2} - 3$ ضرب می کنیم:

$$\frac{x}{\sqrt{2}+3} \times \frac{\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}-3} = \frac{x(\sqrt{2}-3)}{(\sqrt{2})^2 - (3)^2} = \frac{x(\sqrt{2}-3)}{2-9} = \frac{x(\sqrt{2}-3)}{-7}$$

مثال : مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ را گویا کنید.

حل: با استفاده از اتحاد مزدوج و ضرب صورت و مخرج کسر در مزدوج مخرج (یعنی $\sqrt{3} + \sqrt{2}$) مخرج عبارت مذکور گویا می شود.

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

مثال : مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \frac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} &= \frac{1 \times (3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{9 \times 2 - 4 \times 3} \\ &= \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{18-12} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

$$\text{ب)} \quad \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \quad x \neq 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$\text{پ)} \quad \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$$

$$\text{ت)} \quad \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}$$

$$\text{ث)} \quad \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x-y}$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} \quad \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} &= \frac{1 \times \sqrt{5-\sqrt{6}}}{\sqrt{(5+\sqrt{6})(5-\sqrt{6})}} = \frac{\sqrt{5-\sqrt{6}}}{\sqrt{5^2-(\sqrt{6})^2}} = \frac{\sqrt{5-\sqrt{6}}}{\sqrt{25-6}} = \frac{\sqrt{5-\sqrt{6}}}{\sqrt{19}} \\ &= \frac{\sqrt{19} \times \sqrt{5-\sqrt{6}}}{(\sqrt{19})^2} = \frac{\sqrt{19} \times \sqrt{5-\sqrt{6}}}{19} \end{aligned}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

طی دو مرحله مخرج را گویا می کنیم.

$$\begin{aligned} \text{ج) } \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} &= \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}+1} = \frac{\sqrt[3]{x}+1}{(\sqrt[3]{x})^3-1} = \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt{x}-1} \\ \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt{x}-1} &\times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x})^2-(1)^2} = \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} \end{aligned}$$

طی دو مرحله مخرج را گویا می کنیم.

$$\begin{aligned} \text{ح) } \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}+1} &= \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-1} \times \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}+1} = \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt[3]{x}+1)}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} \end{aligned}$$

طی سه مرحله مخرج را گویا می کنیم.

حالت سوم : درمخرج کسر دو جمله با رادیکال (رادیکال هایی) به فرجه ۳ داشته باشیم :

در این حالت از اتحاد های چاق و لاغر استفاده می کنیم و صورت و مخرج کسر را در پرانتز بزرگتر (چاق)

ضرب می کنیم

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

مثال: مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{x}+1}$ را گویا کنید.

پاسخ: با توجه به اتحاد $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ ، صورت و مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{x}+1}$ را در

$$1^2 - \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x}^2 \text{ ضرب می کنیم:}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x} + 1} = \frac{1}{\sqrt[3]{x} + 1} \times \frac{(\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{x} + 1}{(\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{x} + 1} = \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}{(\sqrt[3]{x})^3 + 1} = \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}{x + 1}$$

مثال: مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

الف) $\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}$

حل)

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{5} + \sqrt{3}}} = \frac{1 \times \sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{3}}}{\sqrt[3]{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{3}}}{\sqrt[3]{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{3}}}{\sqrt[3]{5 - 3}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{3}}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{3}}}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{4(\sqrt{5} - \sqrt{3})}}{(\sqrt[3]{2})^3} = \frac{\sqrt[3]{4(\sqrt{5} - \sqrt{3})}}{2}$$

ب) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2} + 1} = \frac{(\sqrt[3]{x^2})^2 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{(\sqrt[3]{x^2} + 1)((\sqrt[3]{x^2})^2 - \sqrt[3]{x^2} + 1)} = \frac{\sqrt[3]{x^4} - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2 + 1}$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \frac{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1}{(\sqrt[3]{x} - 1)((\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1)} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{x - 1}$$

مثال: مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

الف) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}$ ب) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2}$ پ) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}}$

الف) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} = \frac{(1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}{x - y}$

ب) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2} = \frac{(1)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{(\sqrt[3]{x} - 2)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{x - 8}$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\text{پ) } \frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} = \frac{(1)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})} = \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}{x + y}$$

مثال: مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

الف) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ب) $\frac{1}{\sqrt[3]{15}}$ پ) $\frac{3}{4 - \sqrt{7}}$ ت) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ ث) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$

ج) $\frac{x-y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ ج) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ د) $\frac{1}{\sqrt[3]{5} + 2}$ ز) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 3}$ ژ) $\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ر) $\frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

$$\text{الف) } \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{\sqrt[3]{15}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 3}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{6}$$

$$\text{پ) } \frac{3}{4 - \sqrt{7}} = \frac{3}{4 - \sqrt{7}} \times \frac{4 + \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}} = \frac{3(4 + \sqrt{7})}{(4)^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{3(4 + \sqrt{7})}{16 - 7} = \frac{3(4 + \sqrt{7})}{9} = \frac{4 + \sqrt{7}}{3}$$

$$\text{ت) } \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{3 - 5} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ث) } \frac{x-y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{x-y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{(x-y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \frac{(x-y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{x-y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$\text{ج) } \frac{1}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2 - (2\sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{x - 4y}$$

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\text{ج) } \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x - y}$$

$$\text{د) } \frac{1}{\sqrt[3]{5} + 2} = \frac{1}{(\sqrt[3]{5} + 2)} \times \frac{(\sqrt[3]{5})^2 - 2\sqrt[3]{5} + 4}{(\sqrt[3]{5})^2 + 2\sqrt[3]{5} + 4} = \frac{\sqrt[3]{25} + 2\sqrt[3]{5} + 4}{\underbrace{(\sqrt[3]{5})^3 + 2^3}_{5+8}} = \frac{\sqrt[3]{25} - 2\sqrt[3]{5} + 4}{13}$$

$$\text{ر) } \frac{x + y}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} = \frac{x + y}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}} \times \frac{(\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{y} + (\sqrt[3]{y})^2}{(\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{y} + (\sqrt[3]{y})^2}$$

$$\frac{(x + y)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{\underbrace{(\sqrt[3]{x})^3 + (\sqrt[3]{y})^3}_{x+y}} = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}$$

$$\text{ز) } \frac{1}{\sqrt[3]{x} - 3} = \frac{1}{\sqrt[3]{x} - 3} \times \frac{(\sqrt[3]{x})^2 + 3\sqrt[3]{x} + 3^2}{(\sqrt[3]{x})^2 + 3\sqrt[3]{x} + 3^2} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 9}{(\sqrt[3]{x})^3 - 3^3} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 9}{x - 27}$$

$$\text{ژ) } \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} \times \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x} + 1} = \frac{(x - 1)(\sqrt[3]{x} + 1)}{(\sqrt[3]{x})^3 - 1} = \frac{(x - 1)(\sqrt[3]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x} - 1} \times \frac{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1}$$

$$= \frac{(x - 1)(\sqrt[3]{x} + 1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{x - 1} = (\sqrt[3]{x} + 1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)$$

مثال: کسر ها را گویا و سپس به یک کسر تبدیل کنید.

$$\text{الف) } \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2}{\sqrt{x} + 1} + \frac{3}{x - 1}$$

$$= \frac{1(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} + \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} + \frac{3}{x - 1} \quad \text{الف)}$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 1 + 2\sqrt{x} - 2 + 3}{x - 1} = \frac{3\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$

مبحث : درسنامه کامل فصل سوم ریاضی دهم ریاضی

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

$$\begin{aligned} \text{ب) } \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{5x}{x-1} &= \frac{(1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{(2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{5x}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2-5x}{x-1} = \frac{3\sqrt{x}-5x-1}{x-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{پ) } \frac{1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1} \\ &= \frac{1}{x-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} + \frac{(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} + \frac{(\sqrt[4]{x}+1)(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} \\ &= \frac{1+(\sqrt{x}+1)+(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)+(\sqrt[4]{x}+1)(\sqrt[3]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت) } \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}-1} + \frac{1}{x-1} &= \frac{((\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1)}{(\sqrt[3]{x^2}-1)((\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1)} + \frac{1}{x-1} = \frac{(\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1}{(\sqrt[3]{x^2})^3 - (1)^3} + \frac{1}{x-1} \\ &= \frac{(\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{((\sqrt[3]{x^2})^2 + \sqrt[3]{x^2} + 1) + (x+1)}{(x^2-1)} \\ &= \frac{\sqrt[3]{x^6} + \sqrt[3]{x^2} + x + 2}{x^2-1} \end{aligned}$$

جهت تهیه جزوه کامل فصل سوم ریاضی پایه دهم با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تألیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با هیجده سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام @habib_hashemi پیام دهید.

جزوه کنکوری تمام مباحث ریاضیات تألیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

@eshgheriazikonkour

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

حبیب هاشمی

موفق بودن در ریاضی ۱ درصد استعداد و ۹۹ درصد پشتکار

تدریس خصوصی ریاضیات

متوسطه اول و متوسطه دوم

کنکور - تقویتی

گروهی / انفرادی

به صورت تخصصی و کاملاً مفهومی با جزوه اختصاصی

مشاهده جزوات در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

دبیر رسمی آموزش و پرورش با ۱۸ سال سابقه تدریس

کارشناس ارشد ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی

مؤلف شش کتاب در زمینه کنکور

نویسنده برتر استان

معلم نمونه شهرستان و استان

نفر اول استان در جشنواره الگوهای برتر تدریس

نفر اول کشور در جشنواره الگوهای برتر تدریس

شماره تماس: ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱